MOCNINY

Vypracoval(a): Ing. Petra Podmanická

Ak by sme chceli umocňovanie poňať z toho najjednoduchšieho hľadiska, môžeme povedať, že je to operácia, ktorá nám skracuje násobenie. Tým chceme povedať, že môžeme napísať:

b = a*a*a*a*a*a*a, ale predsa len je jednoduchšie napísať to takto: **b =** $\mathbf{a^7}$**.**

Umocňovanie je teda opakované násobenie.

Čo všetko sa nám pri umocňovaní vyskytuje? Majme **b =** $\mathbf{a^x}$

- b je výsledok umocňovania - nazývame ho **mocnina**

- a je číslo, ktoré umocňujeme - nazývame ho **základ mocniny**, môže to byť reálne číslo

- x je číslo, na ktoré je základ umocnený - nazývame ho **exponent**, môže to byť ľubovolné prirodzené číslo

- ak x = 2 hovoríme o druhej mocnine: **b =** $\mathbf{a^2}$ **= a*a**
- ak x = 3 hovoríme o tretej mocnine: **b =** $\mathbf{a^3}$ **= a*a***
- ak x = n hovoríme o n-tej mocnine: **b =** $\mathbf{a^n}$ **= a*a*a* ...*n(a)**

V rámci tohto ročníka by ste sa mali naučiť, resp. mali by ste poznať a ovládať druhé mocniny čísel od jedna do dvadsať. Uvádzame preto nasledovnú tabuľku:

1	**1**	**11**	**121**
2	**4**	**12**	**144**
3	**9**	**13**	**169**
4	**16**	**14**	**196**
5	**25**	**15**	**225**
6	**36**	**16**	**256**
7	**49**	**17**	**289**
8	**64**	**18**	**324**
9	**81**	**19**	**361**
10	**100**	**20**	**400**

Základné pravidlá platné pri počítaní s mocninami:

Pravidlo	Podmienka jeho platnosti
$a^0 = 1$	$a \neq 0; a \in R$
$a^{-n} = 1/(a^n) \rightarrow 1/(a^{-n}) = a^n$	$a \neq 0; a \in R; n \in N$
$\sqrt[n]{a^k} = a^{\frac{k}{n}}$	$A \in R^+; n \in N \neq 0; k \in Z$
$(a^n)^m = a^{n*m}$	$m; n \in N$
$a^n * a^m = a^{n+m}$	$m; n \in N$
$(a*b)^n = a^n * b^n$	$n \in N; a; b \in R$
$(a/b)^n = a^n/b^n = a^n * b^{-n}$	$n \in N; a; b \in R; b \neq 0$
$a^n/a^m = a^{n-m}$	$a \neq 0; m; n \in N$

Umocňovanie záporných čísiel:

Platí tu jedno základné pravidlo: Ak záporné číslo, umocňujem párnym exponentom, dostanem číslo kladné, ak nepárnym, dostanem číslo záporné. Platí to však iba vtedy, ak sa toto číslo nachádza v zátvorke, t.j.:

- $(-2)^2 = 4$ ….. $= (-2)*(-2) = (-)*(-)*2*2$
- $(-2)^3 = -8$….. $= (-2)*(-2)*(-2) = (-)*(-)*(-)*2*2*2$
- $-2^2 = -4$…… $= (-)*2*2$
- $-2^3 = -8$……$= (-)*2*2*2$

Praktická časť

Vypočítajte:

$$\frac{\left(15^{1/3} * 27^{-1/2}\right)^{-3}}{\left(25^{1/4} * 9^{1/8}\right)^{-2}} : \frac{9^{1/3}}{\left(3 * 27^{1/4}\right)^{1/3}}$$

Upravíme si zvlášť menovateľ aj čitateľ jedného aj druhého zlomku. Všimnite si, že všetky čísla sú deliteľné alebo trojkou, alebo päťkou

- $(15^{1/3}*27^{-1/2})^{-3} = [(3*5)^{1/3}*(3^3)^{-1/2}]^{-3}$
- $(25^{1/4})^{-2}*(9^{1/8})^{-2} = [(5^2)^{1/4}*(3^2)^{1/8}]^{-2}$
- $9^{1/3} = (3^2)^{1/3}$
- $(3*27^{1/4})^{1/3} = [3*(3^3)^{1/4}]^{1/3}$

A v týchto tvaroch poupravujeme:

- $[(3*5)^{1/3}*(3^3)^{-1/2}]^{-3} = [5^{1/3}*3^{1/3}*3^{-3/2}]^{-3} = [5^{1/3}*3^{-7/6}]^{-3} = 5^{-1}*3^{7/2}$
- $[(5^2)^{1/4}*(3^2)^{1/8}]^{-2} = [5^{1/2}*3^{1/4}]^{-2} = 5^{-1}*3^{-1/2}$
- $(3^2)^{1/3} = 3^{2/3}$

- $[3*(3^3)^{1/4}]^{1/3} = [3*3^{3/4}]^{1/3} = [3^{7/4}]^{1/3}$

A teraz to dosadíme do pôvodného vzorca:

- $(15^{1/3})^{-3}*(27^{-1/2})^{-3} = 5^{-1}*3^{7/2}$
- $(25^{1/4})^{-2}*(9^{1/8})^{-2} = 5^{-1}*3^{-1/2}$
- $9^{1/3} = 3^{2/3}$
- $(3^1)^{1/3}*(27^{1/4})^{1/3} = 3^{7/12}$

Tento príklad je veľmi zložitý a pravdepodobne sa s ním na základnej škole nestretnete. Vybrali som ho však preto, lebo sú v ňom použité všetky vzorce, resp. pravidlá platné pri počítaní s odmocninami. Pre jednoduchosť si ho môžete rozdeliť na štyri časti a tieto riešiť samostatne (v poslednom bode sú napísané čiastkové výsledky).

Úlohy:

Vypočítajte:

1. $81^{1/2} + 16^{12/48}$
Výsledok: 11

2. $(36^{1/2}/16^{1/4}) + (16^{3/4}/81^{1/2}) – (1^{3/4}/81^{1/2})$
Výsledok: 3 7/9